LOGICA, COMPUTAZIONE E TEORIE QUANTISTICHE DELLA MENTE

di Giulia Battilotti

Il fallimento dell'intelligenza artificiale ha evidenziato un fatto: i processi logici fino a ora considerati sono insufficienti, se non inadatti, a rendere conto dei processi mentali umani. Come la ricerca sui neuroni specchio ha recentemente evidenziato, la comprensione del significato dell'azione altrui non avviene in modo *procedurale*, vale a dire confrontando l'informazione appena acquisita con quelle già presenti in un presunto database mentale. Questa era la modalità con cui si pretendeva di ricreare computazionalmente la comprensione ed erroneamente, di spiegarla. Secondo alcune interpretazioni, la ricerca sui neuroni specchio ha mostrato come, al contrario, la comprensione del significato si ottenga rivivendo l'azione come se fosse propria (Rizzolatti G., Sinigaglia C., 2006).

Ciò pone la logica di fronte a una difficile sfida: studiare e proporre legami logici alternativi, che possano riprodurre i nostri processi mentali in modo più attendibile, "imitando la natura". Per questo si fa riferimento al ruolo di specifici processi logici e non in modo generico a processi computazionali, supponendo che la nostra mente elabori, in primis, informazioni che essa ritiene vere, e che entrano a far parte della nostra vita personale. Queste possono essere informazioni acquisite dai nostri sensi, comunicate da qualcun altro che riteniamo attendibile, o raggiunte per via simbolica. In altre parole la nostra mente compone asserzioni (giudizi), cioè dati di informazione considerati non semplicemente in quanto tali, ma in quanto veri. Si noti che, componendo asserzioni, essa elabora ulteriormente ipotesi riguardo ciò che potrebbe essere vero, ciò che gli altri pensano sia vero, ciò che si ipotizza sia vero. La mente arriva dunque ad elaborare il concetto di proposizione, a cui si può attribuire un valore di verità, ma che non è necessariamente vero. Sfruttando un elemento di cui si tratta nel seguito, si può dire che la proposizione rappresenta "la presa di coscienza" dell'asserzione. Il livello-base è quello assertivo.

Una teoria che spieghi i connettivi logici a partire dall'analisi di processi messi in atto dal cervello permetterebbe di approdare a una comprensione "naturalistica" dei processi posti alla base della composizione tra asserzioni. Tale teoria risulterebbe, inoltre, affrontabile dal punto di vista del puro calcolo logico. Come è stato evidenziato dalla logica di base, attraverso il "principio di riflessione", risulta possibile giustificare i connettivi della logica, assieme alle corrispondenti regole di calcolo, pensando i connettivi come provenienti da legami metalinguistici fra asserzioni (Sambin G, Battilotti, G., Faggian, 2000). Il problema cruciale è: a quali legami e processi mentali, finora inesplorati dal punto di vista computazionale, dovremmo riferirci? Una ulteriore domanda correlata è: perché mai tali legami e processi sarebbero rimasti oscuri fino a oggi?

Una nuova ipotesi sulla natura dei nostri processi mentali viene permessa dalle teorie quantistiche della mente. Secondo tali teorie, i processi fisici di natura quantistica (che sicuramente avvengono nel nostro cervello) concorrono a formare la nostra mente, cioè danno luogo a processi mentali. In particolare, la teoria quantistica della mente di Hameroff-Penrose (1995), colloca i processi quantistici che avvengono nel cervello nelle tubuline, proteine che formano i microtubuli, i quali sono a loro volta componenti delle cellule neurali. Le tubuline sono dei dimeri che possiedono due diversi stati che si trovano in sovrapposizione quantistica[1]. Secondo la teoria di Hameroff-Penrose, i processi quantistici che avvengono nelle tubuline sono alla base della distinzione tra stati inconsci e stati consci. Mentre i primi coinciderebbero con gli stati di sovrapposizione quantistica, la coscienza coinciderebbe con il momento della decoerenza dello stato di sovrapposizione (o collasso della funzione d'onda). Ricordiamo che la sovrapposizione quantistica consiste nella compresenza di più stati diversi, ad esempio entrambi gli spin di una particella. La decoerenza è il momento in cui la sovrapposizione degli stati viene distrutta, collassando in uno solo fra gli stati inizialmente costituenti la sovrapposizione, con probabilità determinata dallo stato iniziale del sistema. Ciò può avere varie cause. Secondo Roger Penrose, nel caso della coscienza, la decoerenza non sarebbe dovuta a interventi dall'esterno del sistema, quale ad esempio è una misura dello stato quantistico, ma a un collasso spontaneo. In altre parole, il sistema inconscio ha una sua evoluzione spontanea verso la coscienza. Il collasso che determina la coscienza nella teoria di Penrose avverrebbe per motivi di gravitazione quantistica (Quantum gravitational treshhold). La descrizione di questo è formalizzabile in termini matematici, ma, secondo Penrose, non traducibile in termini computazionali. Esisterebbe dunque un momento di non-computabilità intrinseco nel mondo fisico, che si ripercuoterebbe nel modello della mente da esso conseguente: il momento della coscienza sarebbe non computabile. Proprio per questo motivo, secondo Penrose, noi non potremo mai ottenere l'intelligenza artificiale.

Sembra invece che la teoria Hameroff-Penrose permetta di aumentare la nostra

[1] Per un survey sulle teorie quantistiche la mente vedi la voce "quantum approaches to consciousness", di Harald Atmanspacher, sulla Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.stanford.edu/entries/qt-consciousness/. Il materiale sulla teoria Hameroff-Penrose si trova nel sito web di Stuart Hameroff:

comprensione della mente dal punto di vista computazionale, fornendo i mezzi per affrontare le due domande poste sopra. In primo luogo essa obbliga a considerare le caratteristiche della computazione quantistica per descrivere "naturalisticamente" la nostra computazione mentale. Inoltre, se la computazione quantistica avviene esclusivamente a livello inconscio, non siamo consapevoli dei suoi effetti, al contrario della computazione legata alla fisica classica, di cui possiamo essere consapevoli. Ciò spiegherebbe perché una parte fondamentale dei legami fra asserzioni operata dalla mente ci sarebbe rimasta nascosta.

Come è noto, la computazione quantistica avviene sfruttando i due legami caratteristici degli stati quantistici, vale a dire la sovrapposizione e l'entanglement. La sovrapposizione consiste nella compresenza di più stati diversi, ad esempio entrambi gli spin di una particella. Essa permette il parallelismo nel processi di calcolo. Il legame di entanglement si crea quando, in un sistema di due o più particelle sovrapposte, gli stati non sono separati, vale a dire non si possono descrivere come prodotto degli stati delle singole particelle. Ciò comporta che, nel momento del collasso della funzione d'onda, i risultati ottenibili per le singole particelle componenti il sistema non sono indipendenti, in termini di indipendenza statistica. L'esempio più importante è quello rappresentato dagli stati di Bell, relativi a coppie di particelle che si comportano come "gemelle", cioè collassano nello stato non sovrapposto con identici risultati. Essi rafforzano l'effetto del parallelismo dato dalla sovrapposizione, limitando la complessità e permettendo la velocizzazione del calcolo rispetto a quello ottenibile in un ambiente classico. Gli effetti della sovrapposizione e dell'entanglement non sono riproducibili in ambiente non quantistico. Si noti che questo sarebbe un forte motivo a favore dell'ipotesi di una teoria quantistica della mente: infatti, perché mai la natura non dovrebbe sfruttare le potenzialità uniche dell'entanglement anche per la nostra mente?

Al di là della velocità computazionale, il legame di entanglement offre anche altri vantaggi nel trattamento dell'informazione. Esso crea un legame fra informazioni di tipo olistico, in cui il tutto non è equivalente alla somma delle sue parti. Ciò può essere letto in due modi: la somma delle parti non è sufficiente ad ottenere il tutto e/o la somma delle parti non è necessaria ad ottenere il tutto. Come nella comprensione di una frase, sappiamo che conoscere il significato delle singole parole (ammesso che questo sia possibile), non è sufficiente a comprendere il significato della frase, ma anche, al contrario, sappiamo che talvolta è possibile comprendere una frase senza conoscere qualcuna o molte delle parole che la compongono. In quest'ultimo senso il legame olistico è vantaggioso per la nostra mente, perché consente una notevole economia nel trattamento dell'informazione, quando "il tutto" sia conoscibile (o ipotizzabile) per qualche via.

Come è chiaro dall'esempio del linguaggio, la mente sa padroneggiare legami olistici. Al contrario, la logica classica sembra non poterlo fare, in quanto i connettivi logici sono definiti, alla maniera delle operazioni algebriche, in modo composizionale. Effettivamente "connettivo binario" significa che si connettono due parti e che il risultato della connessione definisce completamente una nuova entità. Ma, se si guarda al caso della logica predicativa, le cose non stanno esattamente così. Ad esempio, consideriamo la proposizione quantificata universalmente "tutti i figli concepiti da una coppia di portatori sani di talassemia hanno il 25% di probabilità di essere malati". Per comprenderla, occorre pensare a una coppia generica di portatori e ragionare sulle possibili combinazioni genetiche. In questo caso, la "colla" che tiene insieme questa entità è il generico elemento variabile (in questo caso sulle coppie di portatori). Si noti che questo vale anche se gli insiemi considerati (le coppie di portatori e i loro figli) sono finiti. Considerare a una a una le effettive coppie di portatori di talassemia esistenti e contare i figli malati dà un altro significato alla proposizione (non consente di affermare una legge genetica che preveda i casi futuri, benché in origine tale legge sia stata ipotizzata contando i casi esistenti). Inoltre, la prima soluzione si rende necessaria per interpretare una proposizione quantificata universalmente su un dominio infinito. Dunque la variabile rende possibile una nuova entità logica senza necessariamente dover comporre delle parti. Per questo nella logica predicativa è possibile trovare spazio per esprimere il legame di entanglement.

Un ulteriore argomento a favore della variabile per esprimere il legame di entanglement può essere formulato sulla base dell'identificazione fra processi quantistici della mente e processi inconsci, così come ipotizzato dalla teoria Hameroff-Penrose. Infatti, la variabile diventa interamente parte del nostro linguaggio-oggetto solo attraverso il raggiungimento della piena maturità e coscienza di sé. Possiamo pensare che i processi logici di cui siamo consapevoli, vale a dire quelli descritti dal calcolo dei predicati classico, interpretino quest'ultima idea di variabile.

Accanto a questa dovrebbe esistere una *gestione-bambina* in cui la variabile viene sfruttata nel processo di calcolo ma non oggettivizzata da chi la sfrutta. Ad esempio, un bambino abbastanza grande è in grado di capire il significato di una regola scolastica del tipo "l'ultimo che esce dall'aula chiude la porta" (che, come ogni regola, contiene una variabile), anche se non è in grado di comprendere il senso di un codice giuridico, né di una teoria matematica che contiene variabili. Un bambino più piccolo non è neppure in grado di comprendere la regola. Sfruttando una specie di passaggio al limite, si potrebbe dire che in questo caso l'uso della variabile nei processi mentali è ancora più interiorizzato, tanto da non far neppure sospettare a chi la usa la possibilità di usarla. Inoltre appare plausibile che l'interiorizzazione della variabile sia tanto maggiore quanto più si è lontani dalla coscienza di sé. Quale sarebbe il vantaggio di tutto ciò? Un enorme vantaggio computazionale e cognitivo. Il bambino è un "pessimo" logico, soprattutto nella prima infanzia, ma ci batte nettamente nelle possibilità cognitive. Basti pensare che, in genere, il bambino apprende la lingua madre entro i tre anni, prima della separazione dalla madre, che l'apprendimento della lingua madre deve avvenire nella prima infanzia, altrimenti non è più possibile e che l'apprendimento di una seconda lingua, al pari della lingua madre, avviene solo entro il termine dell'infanzia.

Tutto ciò non impedisce di provare a descrivere che tipo di processi logici avvengano inconsciamente. In questo caso, la dinamica fra il legame metalinguistico e il linguaggio oggetto sarà diversa e darà luogo a regole di calcolo diverse rispetto all'usuale calcolo dei predicati. Fidandoci della teoria Hameroff-Penrose, dovremmo trovare un calcolo adatto a modellare la computazione quantistica, e, viceversa, potremmo provare ad assumere le caratteristiche delle logiche per la computazione quantistica per provare a scoprire come costruiamo le nostre verità inconsce.

Fin dal loro esordio, è stato chiaro che le logiche quantistiche avevano caratteristiche peculiari che le distinguevano nettamente dalla logica classica e dalle altre logiche note. Le logiche ultimamente studiate in specifico per la computazione quantistica rafforzano questa distinzione. Lo scenario prefigurato è quello di un ambiente logico paraconsistente e lineare. In una logica paraconsistente non è valida la legge di non contraddizione, senza che per questo sia valida qualsiasi proposizione. In una logica lineare, i connettivi seguono due tipi di regole: regole "moltiplicative" e regole "additive". Esse danno luogo a due tipi di congiunzione, moltiplicativa ed additiva, e analogamente a due tipi di disgiunzione. In logica lineare, i connettivi pensati per modellare processi paralleli di calcolo sono quelli moltiplicativi. Il parallelismo quantistico, dato dalla sovrapposizione, si può invece meglio interpretare attraverso gli additivi.

La logica lineare è stata pensata per essere computazionalmente conveniente, attraverso un'idea "geometrica" della derivazione che elimini il fattore dell'ordine sintattico delle regole. I quantificatori in logica lineare hanno un carattere esclusivamente additivo e non rientrano appieno nell'idea "geometrica" della derivazione nel caso si abbiano più proposizioni che dipendono dalla stessa variabile. Ciò è legato ad un vincolo sulla variabile che garantisce la consistenza delle regole di calcolo, ma in ambiente paraconsistente è possibile indebolire, o togliere, il vincolo e gestire le regole del calcolo predicativo più liberamente. Di particolare interesse risulta un connettivo predicativo dal carattere moltiplicativo-additivo, che si forma in presenza della dipendenza da una variabile comune a più proposizioni. Esso "riflette", nel senso del principio di riflessione del metalinguaggio nel linguaggio oggetto che ricordavo inizialmente, la presenza della comune dipendenza, e si può interpretare come nuovo legame fra proposizioni quantificate. Il vantaggio computazionale di questa soluzione consiste nel fatto che essa riesce a gestire il caso di dipendenza da una o più variabili in comune a più proposizioni, in modo geometrico e non legato alla sintassi. La stessa soluzione, in ambiente di calcolo predicativo consistente è possibile solo nel caso di variabili distinte, che vengono sostituite in modo indipendente con elementi del dominio, ottenendo un aumento esponenziale dei casi possibili .

In tale contesto di calcolo, se si interpretano gli stati sovrapposti attraverso formule quantificate universalmente, in cui il dominio delle variabili è dato dall'insieme degli stati della base, il legame permesso dalla variabile comune riesce a interpretare gli stati di Bell. Riprodurre gli stati di Bell in logica ha un prezzo: in presenza di un legame dato da una variabile in comune non si ottiene l'implicazione logica, in quanto essa richiede di poter separare la singola informazione da un contesto, qualunque esso sia, mentre la variabile in comune non dovrebbe permettere, in questo modello, di rompere il legame. In altre parole, il legame olistico è vincolante e alternativo al legame di conseguenza logica. La nostra mente allora potrebbe procedere in almeno due modalità: una a carattere olistico, computazionalmente vantaggiosa, attraverso libere associazioni inconsce di variabili, e una a carattere "metodologico", che rinuncia all'associazione ottenuta per mezzo di variabili comuni e dà spazio alla conseguenza logica. Quest'ultima è una modalità di cui siamo consapevoli e che evita la contraddizione. Le due modalità sarebbero dovute al trattamento quantistico e classico dell'informazione, e sarebbero legate a diverse tipologie nella coscienza di sé. È chiaro che le due modalità sono intrecciate nella nostra vita e danno quindi luogo a diverse tipologie miste di pensiero, oltre che a scambi di ruolo con esiti dis-logici, che pure osserviamo.

Abbiamo una conferma sperimentale nella ricerca psicologica riguardo all'ipotesi che la computazione operata a livello inconscio sia più efficace. Nelle ricerche sui processi decisionali condotte per ricerche di mercato, si è appurato che la scelta del prodotto migliore viene fatta con processi inconsci nel caso vi sia una quantità elevata di variabili da considerare per la scelta, mentre viene operata dal ragionamento cosciente nel caso le variabili siano poche. Questa è una conferma dell'ipotesi che sia il diverso trattamento della variabile a dare un vantaggio computazionale all'inconscio[2].

[2] L'unica teorizzazione di come sia strutturata la logica dell'inconscio, formulata in modo organico, ci è stata lasciata dallo psicoanalista cileno I. Matte Blanco, basandosi su una lunga esperienza clinica. Sarà necessario considerare le caratteristiche sottolineate da Matte Blanco nell'ottica delle regole di un sistema olistico.

Appendice

Calcolo dei sequenti e parallelismo quantistico

Cos'è un sequente e un calcolo dei sequenti

Un sequente è una scrittura del tipo $\Gamma \vdash \Delta$, dove $\Gamma = C_1, \ldots, C_n$ e $\Delta = D_1, \ldots, D_m$ sono liste finite di formule, fra loro separate da virgole, e dove $\vdash$ è un segno che indica conseguenza. Per questo Γ e Δ si dicono premesse e conclusioni del sequente, rispettivamente. Un calcolo dei sequenti è un insieme di regole fissate, che trasformano sequenti in altri sequenti. Possono trasformare un sequente in un altro oppure una coppia di sequenti in un terzo, e vengono scritte nella seguente forma:

$$\frac{\Gamma_1 \vdash \Delta_1}{\Gamma \vdash \Delta} \qquad\qquad \frac{\Gamma_1 \vdash \Delta_1 \quad \Gamma_2 \vdash \Delta_2}{\Gamma \vdash \Delta}$$

Gli assiomi del calcolo dei sequenti sono i sequenti della forma $A \vdash A$. Derivare il sequente $\Gamma \vdash \Delta$, in un certo sistema di calcolo, significa ottenerlo come conclusione di un'opportuna applicazione delle sue regole a partire da assiomi.

Parallelismo nel calcolo dei sequenti

Secondo la logica di base, i connettivi logici, insieme alle corrispondenti regole nel calcolo dei sequenti, sono il risultato di una traduzione di certi legami metalinguistici fra asserzioni nel linguaggio oggetto. Le asserzioni sono rappresentate da sequenti. La traduzione nel linguaggio oggetto si ottiene ponendo equazioni definitorie, la cui soluzione restituisce le regole per i connettivi corrispondenti.

Consideriamo tre legami, *e* e *comporta* per la logica proposizionale, *per ogni* per la logica predicativa.

Il legame metalinguistico *comporta* rappresenta la conseguenza fra due giudizi logici, cioè collega due asserzioni in modo *sequenziale*. Dà origine all'implicazione, che si ottiene risolvendo la seguente equazione definitoria:

$$\Gamma \vdash A \to B \quad \equiv \quad \Gamma, A \vdash B$$

Il legame metalinguistico *e* unisce due giudizi logici allo stesso livello, vale a dire considerati in modo *parallelo*. *e* si rappresenta attraverso una coppia di asserzioni (sequenti) che dipendono entrambe dalle stesse premesse nel caso additivo, e attraverso la virgola nel sequente nel caso moltiplicativo. Ciò produce i connettivi additivi e moltiplicativi della logica lineare. A destra del segno di sequente, essi sono definiti dalle equazioni:

$$\Gamma \vdash A \& B \quad \equiv \quad \Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B$$

$$\Gamma \vdash A \cdot B \quad \equiv \quad \Gamma \vdash A, B$$

(denotiamo la disgiunzione moltiplicativa con $\cdot$). Analoghe equazioni definiscono la disgiunzione additiva $\oplus$ e la congiunzione moltiplicativa $\otimes$ a sinistra. In seguito, ci si limita ai connettivi definiti a destra (connettivi destri) dato che gli altri sono analoghi. Così si ottengono due modi di implementare i processi paralleli nel calcolo dei sequenti: additivo, per mezzo della congiunzione $\&$, e moltiplicativo, per mezzo della disgiunzione $\cdot$. In logica lineare classica, vale la distributiva del connettivo moltiplicativo $\cdot$ rispetto al connettivo additivo $\&$, cioè della disgiunzione rispetto alla congiunzione. Ciò significa poter trovare un connettivo composto moltiplicativo-additivo, dato che il risultato non dipende dalla sintassi.

Supponiamo ora che le nostre asserzioni dipendano da una variabile. Il quantificatore $\forall$ si ottiene ponendo e risolvendo la seguente equazione definitoria:

$$\Gamma \vdash (\forall x \in D)A(x) \quad \equiv \quad \textit{per ogni } z \in D \ \Gamma \vdash A(z)$$

che, più formalmente, diviene:

$$\Gamma \vdash (\forall x \in D)A(x) \qquad \equiv \qquad \Gamma, z \in D \vdash A(z)$$

In entrambi i casi, z non è libera in Γ, cioè Γ non dipende da z. Ciò significa che l'equazione ha un carattere additivo. Si ottiene $\&$ come caso particolare, quando D ha due elementi. Tuttavia, in tal caso, la caratteristica fondamentale data dalla variabile viene perduta.

Sovrapposizione quantistica nel calcolo dei sequenti

In genere, nei modelli di processi paralleli si adottano i connettivi moltiplicativi; qui proponiamo che l'additività rappresenti la sovrapposizione quantistica, responsabile del parallelismo computazionale quantistico.

Consideriamo un sistema quantistico $\mathcal{A}$ rappresentato in uno spazio di Hilbert H con base ortonormale $\mathbf{B}$ (finita o numerabile). Come è noto, una misura quantistica su un certo sistema produce come risultato un elemento della base con una certa probabilità.

Una misura quantistica su $\mathcal{A}$ è un esperimento, cioè, in teoria della probabilità, una coppia (X, p), dove X è una variabile casuale, a valori in $\mathbf{B}$, e $p : \mathbf{B} \to [0, 1]$ una funzione di probabilità. Nel nostro caso, p_a dove a è una ampiezza di probabilità a valori complessi. Dato che $\mathbf{B}$ è numerabile, X e p_a sono discrete. Consideriamo l'insieme $D = D(X, p_a)$ dei possibili risultati di un esperimento con le relative probabilità: $D = \{(x, p_a(X = x)), x \in \mathbf{B}\}$. Ciò significa che, *per ogni* $z \in D$, dove z è la coppia $(z_1, p_a(X = z_1))$, si trova che "la misura quantistica su $\mathcal{A}$ produce z_1 con probabilità $p_a(X = z_1)$". Se denotiamo con $A(z)$ la precedente proposizione fra virgolette, e con Γ le ulteriori ipotesi sulla misura (che non dipendono dal suo risultato z!), possiamo scrivere formalmente tale *per ogni* metalinguistico, ottenendo l'asserzione:

$$\Gamma, z \in D \vdash A(z)$$

dove Γ non contiene z libera. Allora, considerando l'equazione definitoria di $\forall$

$$\Gamma \vdash (\forall x \in D)A(x/z) \quad \equiv \quad \Gamma, z \in D \vdash A(z)$$

la proposizione $(\forall x \in D)A(x)$ rappresenta la sovrapposizione quantistica del sistema $\mathcal{A}$.

Esempio: se abbiamo una particella rappresentata in C^2 con base ortonormale $|0\rangle$, $|1\rangle$, e l'esperimento su di essa è la variabile casuale con probabilità $p_a(X = |0\rangle) = 1/2$ e $p_a(X = |1\rangle) = 1/2$, data da $a : \{|0\rangle, |1\rangle\} \to C^2$, dove $a(|0\rangle) = a(|1\rangle) = 1\sqrt{2}$, la proposizione $\forall(x \in D)A(x)$ rappresenta lo stato $1/\sqrt{2}|0\rangle + 1/\sqrt{2}|1\rangle$.

Parallelismo quantistico nel calcolo dei sequenti

La legge distributiva compone il parallelismo additivo con quello moltiplicativo. Nel caso predicativo si scrive:

$$(\forall x \in D)(\forall x' \in D')(A(x) \cdot B(x') \vdash (\forall x \in D)A(x) \cdot (\forall x' \in D')B(x')$$

e dunque richiede domini eventualmente diversi e variabili indipendenti che variano su di essi. Se le proposizioni $(\forall x \in D)A(x)$ e $(\forall x' \in D')B(x')$ rappresentano due particelle, domini differenti significano variabili aleatorie diverse, con risultati indipendenti. Ciò significa stati separati per le due particelle.

Se il dominio è lo stesso e viene considerata la stessa variabile, abbiamo la stessa variabile aleatoria con risultati dipendenti per gli esperimenti sulle due particelle. Ciò implica che le particelle sono nello stato entangled. In tal caso, la legge distributiva, pensata come indipendenza della composizione moltiplicativa-additiva dalla sintassi, dovrebbe avere questo aspetto:

$$(\forall x \in D)(A(x) \cdot B(x)) \vdash (\forall x \in D)A(x) \cdot (\forall x \in D)B(x)$$

Si noti che, considerando due particelle $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ entrambe come nell'esempio precedente, il nostro oggetto moltiplicativo-additivo, definibile grazie all'indipendenza dalla sintassi, è uno stato di Bell. Infatti, $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono entrambe nello stato $1/\sqrt{2}|0\rangle + 1/\sqrt{2}|1\rangle$, ma i risultati di ciascun esperimento su una di esse sono lo stesso per l'altra, dato che stiamo usando la stessa variabile. Allora chiamiamo il sequente dato "distributiva di Bell".

Il problema è che il sequente è falso, interpretando $\cdot$ come semplice disgiunzione, dunque il calcolo dei sequenti non lo dimostra. Si potrebbe dimostrarlo con la seguente regola inconsistente, che introduce $\forall$ "in parallelo", e che è impossibile, data la restrizione sulle variabili imposta nella regola del quantificatore $\forall$:

$$\frac{\Gamma, z \in D \vdash A(z), B(z)}{\Gamma \vdash (\forall x \in D)A(x), (\forall x \in D)B(x)} \ \forall f\|$$

Si possono superare queste difficoltà in un calcolo paraconsistente originato dalla logica di base, che delineiamo nel seguito.

Come abbiamo notato, il problema è la disgiunzione $\cdot$, originata dalla virgola. Nell'asserzione $\Gamma \vdash A(z), B(z)$, le formule $A(z)$ e $B(z)$, essendo dipendenti dalla stessa variabile, sono più incollate di due formule A a B senza variabili comuni, come, per esempio, due fratelli sono più legati di due persone in genere. In altre parole, il legame moltiplicativo "," è in generale più debole della virgola in $\Gamma \vdash A(z), B(z)$. Allora scriviamo la virgola come z-virgola $,_z$: $\Gamma \vdash A(z),_z B(z)$. Dato che $,_z$ è un forte collante, le formule legate da $,_z$ non si possono separare l'una dall'altra portando una di esse (negata) dall'altra parte del sequente, e non sono contesto una dell'altra. Ogni azione su una di esse si deve fare anche sull'altra, "in parallelo".

Consideriamo l'asserzione $\Gamma, z \in D \vdash A(z),_z B(z)$, dove Γ non dipende da z. Per le ultime osservazioni, la condizione su Γ non è alterata dalla presenza di due formule in cui appare z a destra. Dunque si può applicare la regola di formazione di $\forall$, sia a $A(z)$ che a $B(z)$, "in parallelo", al seguente modo:

$$\frac{\Gamma, z \in D \vdash A(z),_z B(z)}{\Gamma \vdash (\forall x \in D)A(x),_z (\forall x \in D)B(x)}\ \forall f\|$$

Notare che la $\forall$-regola converte il legame *per ogni* e non può alterare il legame $,_z$, che dunque è ancora presente nella conclusione, anche se lega due formule in cui z non compare più libera. Concludiamo che $,_z$ è un legame dinamico che unisce formule in cui z compariva o compare libera in comune. Ciò che elimina $,_z$ è la sostituzione di z con un termine chiuso t, dato che la variabile non è più né presente come libera né "quantificata in comune", ma scompare. In tal caso, $\Gamma \vdash A(z),_z B(z)$ diventa $\Gamma \vdash A(z/t), B(z/t)$.

Come ogni legame, $,_z$ si traduce in un connettivo, denotiamolo con $\bowtie$. Esso si ottiene risolvendo l'equazione

$$\Gamma \vdash A \bowtie B \quad \equiv \quad \Gamma \vdash A,_z B$$

come in logica di base, data una opportuna regola di taglio per risolverla. Opportuno significa che, dove un certo legame, sia esso "," oppure "$,_z$", è presente nelle premesse, viene conservato dalla sostituzione della formula tagliata nella conclusione (se nella formula/nelle formule sostituita/e alla formula tagliata non c'è dipendenza da z, l'eventuale $,_z$ va letta come semplice virgola).

Per esempio, assumendo l'assioma di riflessione di $\bowtie$, cioè il sequente $A \bowtie B \vdash A,_z B$, si deriva la regola di $\bowtie$ a sinistra (regola di riflessione in logica di base) come segue:

$$\frac{\dfrac{A \bowtie B \vdash A,_z B \qquad \Gamma_1, A \vdash \Delta_1}{\Gamma_1, A \bowtie B \vdash \Delta_1,_z B}\ cut \qquad \Gamma_2, B \vdash \Delta_2}{\Gamma_2, \Gamma_1, A \bowtie B \vdash \Delta_1,_z \Delta_2}\ cut.$$

Per ulteriori spiegazioni si rimanda alla logica di base.

Grazie alle regole di $\bowtie$ ed alla regola $\forall \|$ si dimostra le legge distributiva di Bell nella forma:

$$(\forall x \in D)(A(x) \bowtie B(x)) \vdash (\forall x \in D)A(x) \bowtie (\forall x \in D)B(x)$$

che restituisce l'oggetto moltiplicativo-additivo per l'entanglement, rappresentato indifferentemente da $(\forall x \in D)(A(x) \bowtie B(x))$ o da $(\forall x \in D)A(x) \bowtie (\forall x \in D)B(x)$. Le due scritture indicano i due modi di ottenerlo.

Qualche commento a carattere logico e fisico:
Il legame $,_z$ così introdotto produce un trattamento olistico dell'informazione, proprio dell'entanglement, poiché esso riesce a creare un tutto in cui non si può distinguere un contesto e separarne una parte. La corretta equazione per l'implicazione logica, vale a dire $\Gamma \vdash A \rightarrow B \equiv \Gamma, A \vdash B$, non vale con $,_z$, cioè nella forma $\Gamma \vdash A \rightarrow B \equiv \Gamma,_z A \vdash B$. Nel calcolo dei sequenti si ottengono così due modi: uno dovuto alla virgola, in ambiente consistente, che dà spazio all'implicazione e ferma l'entanglement; l'altro dovuto alla z-virgola, in ambiente paraconsistente, che ha effetto opposto. I due ambienti logici hanno vite separate (da un punto di vista formale): in ambiente paraconsistente non bisogna preoccuparsi della contraddizione, dato che non ci può essere (nel linguaggio degli studiosi di logica paraconsistente) "esplosione" del falso, dovuta alla regola di modus ponens dell'implicazione; in ambiente consistente l'entanglement, che dimostrerebbe il falso, non esiste.

Tutto ciò concorda molto bene da una parte con la difficile interpretazione della causalità (legata all'implicazione) in fisica quantistica, mentre dall'altra parte l'entanglement non esiste in fisica classica. La sostituzione di una variabile con un termine chiuso avrebbe lo stesso effetto del collasso della funzione d'onda.

Ringraziamenti: Ringrazio Stuart Hameroff per avermi aiutato nella comprensione della sua teoria della coscienza quantistica. Eventuali errori o fraintendimenti, nella breve esposizione che ne ho dato qui, sono solo imputabili alla mia imprecisione. Le opinioni che esprimo sulle conseguenze della teoria sono mie personali. Stuart Hameroff ha sempre sottolineato l'importanza di una comprensione da un punto di vista logico della materia, e suggerisce inoltre di considerare l'opera di Matte Blanco come testimone delle caratteristiche logiche dell'inconscio. I miei ringraziamenti vanno inoltre a Silvano Zipoli Caiani per i suoi accurati ed utili suggerimenti sulla prima stesura di questo scritto.

Bibliografia

- Battilotti, G., Faggian, C. , Quantum logic and the cube of logics, in Handbook of Philosophical Logic, new edition, capitolo "Quantum Logic" by M.L. Dalla Chiara e R. Giuntini, vol. 6, D. Gabbay and F. Guenthner eds., Kluwer, 2002.
- Battilotti, G., Basic logic and quantum computing: logical judgements by an insider observer, Proc. FQI04, 16-19 april 2004, Camerino, Italy,in *International Journal of Quantum Information* 2005, 3,1, 105-109 - arXiv:quant-ph/0407057.
- Battilotti, G., Hameroff, S., Zizzi, P., From Quantum Mind to A.I., abstract, convegno "Computers and Philosophy, Laval, France, maggio 2006
- Battilotti, G., L'implicazione logica e il legame di attaccamento, draft.
- Blanco, M. The unconscious as innate sets, Duckworth, London, 1975.
- Dalla Chiara, M. L., Giuntini, R., Paraconsistent Quantum Logic, *Foundations of Physics* 19, 1989, 891-904.
- Dalla Chiara M.L., Giuntini R., Leporini R., Quantum Computational Logics: a survey. in V. F. Hendricks, J. Malinowski (eds.), Trends in Logic: 50 Years of Studia Logica, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003 pp. 213-255.
- Dalla Chiara M.L., Giuntini R., Leporini R., Compositional and Holistic Quantum Computational Semantics, *Natural Computing*, 6, 2, 2007, 113-132.
- Dijksterhuis, Ap, On making the right choice: the deliberation-without attention effect , *Science*, 311, 2006, 1005-1007.
- Girard, J. Y., Linear Logic,*Theoretical Computer Science* 50, 1987, 1-102.
- Hameroff, S., Consciousness, neurobiology and quantum mechanics: The case for a connection, in The Emerging Physics of Consciousness, edited by Jack Tuszynski, Springer-Verlag, 2006.
- Hirvensalo M., Quantum Computing, Springer, 2004.
- Maietti, M.E., Sambin, G., Toward a minimalist foundation for constructive mathematics, in "From Sets and Types to Topology and Analysis: Practicable foundations for constructive mathematics", L. Crosilla and P. Schuster eds, Oxford University Press, 2005.
- Matte Blanco, I., The unconscious as infinite sets, Duckworth, London, 1975.
- Penrose, R., The emperor's new mind, Oxford University Press, 1989.
- Penrose R., Hameroff S., Consciousness as orchestrated space-time selections, in *Journal of Consciousness Studies*, 3(1), 1999, 36-53.
- Rizzolatti G., Sinigaglia C., So quel che fai, Milano, Cortina, 2006.
- Sambin G., Battilotti, G., Faggian, C., Basic logic: reflection, symmetry, visibility, in The Journal of Symbolic Logic, 65 (3), 2000, 979-1013.